

COMPOSÉE DE FONCTIONS - EXERCICES

- Exercice 1: On considère les fonctions f , g et h

$$f(x) = \sqrt{x-1}$$

$$g(x) = \sin(x)$$

$$h(x) = 2 + \frac{1}{x}$$

Déterminer les composées suivantes:

1) $f \circ g \circ h$

2) $g \circ f \circ h$

3) $h \circ f \circ g$

4) $g \circ h \circ f$

$$\begin{aligned} 1) f(g(h(x))) &= f\left(g\left(2 + \frac{1}{x}\right)\right) = f\left(\sin\left(2 + \frac{1}{x}\right)\right) = \sqrt{\sin\left(2 + \frac{1}{x}\right) - 1} \\ 2) g(f(h(x))) &= g\left(f\left(2 + \frac{1}{x}\right)\right) = g\left(\sqrt{2 + \frac{1}{x}}\right) = \sin\left(\sqrt{2 + \frac{1}{x}}\right) \\ 3) h(f(g(x))) &= h\left(f(\sin(x))\right) = h\left(\sqrt{\sin(x) - 1}\right) = 2 + \frac{1}{\sqrt{\sin(x) - 1}} \\ 4) g(h(f(x))) &= g\left(h\left(\sqrt{x-1}\right)\right) = g\left(2 + \frac{1}{\sqrt{x-1}}\right) = \sin\left(2 + \frac{1}{\sqrt{x-1}}\right) \end{aligned}$$

- Exercice 2 : On considère les fonctions f , g et h

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = \frac{1}{x-1}$$

$$h(x) = \sqrt{x} + 1$$

Déterminer les composées suivantes:

1) $h \circ g \circ f$

2) $g \circ f \circ h$

3) $f \circ g \circ f$

4) $g \circ h \circ f$

$$\begin{aligned} 1) h(g(f(x))) &= h(g(x^2 - 1)) = h\left(\frac{1}{x^2 - 2}\right) = \sqrt{\frac{1}{x^2 - 2}} + 1 \\ 2) g(f(h(x))) &= g(f(\sqrt{x} + 1)) = g((\sqrt{x} + 1)^2 - 1) = \frac{1}{(\sqrt{x} + 1)^2 - 2} \\ 3) f(g(f(x))) &= f(g(x^2 - 1)) = f\left(\frac{1}{x^2 - 2}\right) = \frac{1}{(x^2 - 2)^2} - 1 \\ 4) g(h(f(x))) &= g(h(x^2 - 1)) = g(\sqrt{x^2 - 1} + 1) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1} + 1} \end{aligned}$$

- Exercice 3 : On considère les fonctions f , g et h

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

$$g(x) = \frac{x+2}{x}$$

$$h(x) = x^3$$

Déterminer les composées suivantes:

1) $f \circ g \circ h$

2) $g \circ h \circ h$

3) $h \circ g \circ f$

4) $g \circ h \circ f$

$$1) f(g(b(x))) = f(g(x^3)) = f\left(\frac{x^3}{x^3+2}\right) = \left|\frac{x^3}{x^3+2}\right|$$

$$2) g(b(b(x))) = g(b(x^3)) = g(x^9) = \frac{x^9}{x^9+2}$$

$$3) h(g(f(x))) = h(g(|x|)) = h\left(\frac{|x|}{|x|+2}\right) = \frac{|x|^3}{(|x|+2)^3}$$

$$4) g(b(f(x))) = g(b(|x|)) = g(|x|^3) = \frac{|x|^3}{|x|^3+2}$$

■ Exercice 4 : On considère la fonction $y = \frac{1}{x^2-3}$

a) Déterminer deux fonctions f et g telles que $(f \circ g)(x) = \frac{1}{x^2-3}$

b) Donner ensuite une expression algébrique de la fonction $g \circ f$

Macformath.net
doing maths on your Mac