

Etude de fonction 15

$$f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$$

1. Domaine de définition

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$

$x^3 + x^2 - x - 1$ n'est ni paire ni impaire

2. Signe de f

x		-1		1	
$x^3 + x^2 - x - 1$	-	0	-	0	+

3. Limites et asymptotes

pas d'asymptote verticale

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 + x^2 - x - 1 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + x^2 - x - 1 = -\infty$$

4. Intersection avec les axes

$$G_f \cap X = \{(-1,0), (1,0)\}$$

$$G_f \cap Y = \{(0,-1)\}$$

5. Etude de f'

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

x		-1		$\frac{1}{3}$	
$3x^2 + 2x - 1$	+	0	-	0	+
$x^3 + x^2 - x - 1$	\nearrow	0	\searrow	$-\frac{32}{27}$	\nearrow

Max : (-1,0)

Min : $(-\frac{1}{3}, -\frac{32}{27})$

6. Etude de f''

$$f''(x) = 2(3x + 1)$$

x		$-\frac{1}{3}$	
$2(3x + 1)$	-	0	+
$x^3 + x^2 - x - 1$	\curvearrowright	$-\frac{16}{27}$	\curvearrowleft

I : $(-\frac{1}{3}, -\frac{16}{27})$

7. Tableau récapitulatif

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{3}$		0		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-	0	-	$-\frac{16}{27}$	-	-1	-	$-\frac{32}{27}$	-	0	+	∞
			Max		I				Min				
croissance		\nearrow		\searrow		\searrow		\searrow		\nearrow		\nearrow	
concavité		\curvearrowright		\curvearrowleft		\curvearrowleft		\curvearrowleft		\curvearrowright		\curvearrowright	

8. Graphe de f

2 | 15.nb

