Calculer en utilisant les fonctions composées

- 1) $\int (2\sin(x) - 1)^3 \cos(x)\, dx$

  2) $\int \frac{1}{x^2-4}\, dx$

  3) $\int \frac{2t-1}{t+3}\, dt$

  4) $\int \mathrm{tg}^2(x)\, dx$

  5) $\int \sqrt{6x+1}\, dx$

  6) $\int e^{1-x^2}\, x\, dx$

  7) $\int \frac{1}{\sqrt{e^x}}\, dx$

  8) $\int \frac{x+2}{x^2-1}\, dx$

  9) $\int e^{\sin(3x)} \cos(3x)\, dx$

  10) $\int \frac{x-1}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$ *Math6h*

  11) $\int \frac{1}{x(\ln(x)+1)^3}\, dx$

  12) $\int \frac{\sqrt{\ln(x)}}{x}\, dx$

1) On pose $g(x) = 2\sin(x) - 1$. On a alors $dg = 2\cos(x)\,dx$ et l'intégrale est de la forme $\int g^3\,dg = \frac{g^4}{4} + k$

$\int (2\sin(x) - 1)^3 \cos(x)\,dx = \frac{1}{2}\int 2\,(2\sin(x) - 1)^3 \cos(x)\,dx = \frac{(2\sin(x)-1)^4}{2} + k$

2) *On décompose:* $\frac{1}{x^2-4} = \frac{1}{4(x-2)} - \frac{1}{4(x+2)}$

$\int \frac{1}{x^2-4}\,dx = \int\left(\frac{1}{4(x-2)} - \frac{1}{4(x+2)}\right)dx = \frac{1}{4}\ln\left(\left|\frac{2-x}{x+2}\right|\right) + k$

3) *On effectue la division:* $\frac{2t-1}{t+3} = 2 - \frac{7}{t+3}$

$\int \frac{2t-1}{t+3}\,dt = \int\left(2 - \frac{7}{t+3}\right)dt = 2t - 7\ln(|t+3|) + k$

4) $\int \mathrm{tg}^2(x)\,dx = \mathrm{tg}(x) - x + k$

5) On pose $g(x) = 6x + 1$. On a alors $dg = 6\,dx$ et l'intégrale est de la forme $\int \sqrt{g}\,dg = \frac{2g^{3/2}}{3} + k$

$\int \sqrt{6x+1}\,dx = \frac{1}{6}\int 6\sqrt{6x+1}\,dx = \frac{1}{9}(6x+1)^{3/2} + k$

6) On pose $g(x) = 1 - x^2$. On a alors $dg = -2x\,dx$ et l'intégrale est de la forme $\int e^g\,dg = e^g + k$

$\int e^{1-x^2}\,x\,dx = -\frac{1}{2}\int (-2)\,e^{1-x^2}\,x\,dx = -\frac{1}{2}e^{1-x^2} + k$

7) $\int \frac{1}{\sqrt{e^x}}\,dx = -\frac{2}{\sqrt{e^x}} + k$

$\int e^{-x/2}\,dx$

On pose $g(x) = -\frac{x}{2}$. On a alors $dg = -\frac{1}{2}dx$ et l'intégrale est de la forme $\int e^g\,dg = e^g + k$

$\int e^{-x/2}\,dx = -2\int\left(-\frac{1}{2}\right)e^{-x/2}\,dx = -2\,e^{-x/2} + k$

8) *On décompose:* $\frac{x+2}{x^2-1} = \frac{3}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)}$

$\int \frac{x+2}{x^2-1}\,dx = \int\left(\frac{3}{2(x-1)} - \frac{1}{2(x+1)}\right)dx = \frac{3}{2}\ln\left(\left|\frac{1-x}{x+1}\right|\right) + \ln(|x+1|) + k$

9) On pose $g(x) = \sin(3x)$. On a alors $dg = 3\cos(3x)dx$ et l'intégrale est de la forme $\int e^g\,dg = e^g + k$

$\int e^{\sin(3x)}\cos(3x)\,dx = \frac{1}{3}\int 3\,e^{\sin(3x)}\cos(3x)\,dx = \frac{1}{3}e^{\sin(3x)} + k$

10) $\int \frac{x-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx = -\mathrm{Arcsin}(x) - \sqrt{1-x^2} + k$

11) On pose $g(x) = \ln(x) + 1$. On a alors $dg = \frac{dx}{x}$ et l'intégrale est de la forme $\int \frac{1}{g^3}\,dg = -\frac{1}{2g^2} + k$

$\int \frac{1}{x(\ln(x)+1)^3}\,dx = -\frac{1}{2(\ln(x)+1)^2} + k$

12) On pose $g(x) = \ln(x)$. On a alors $dg = \frac{dx}{x}$ et l'intégrale est de la forme $\int \sqrt{g}\,dg = \frac{2g^{3/2}}{3} + k$

$\int \frac{\sqrt{\ln(x)}}{x}\,dx = \frac{2}{3}\ln^{\frac{3}{2}}(x) + k$