

■ Exercices sur le produit scalaire

Exercice 1

Dans une base orthonormée, on considère les points A :

(1, -2), B:(4, 1), et C:(2, -3).

Déterminer la longueur des côtés

et l'amplitude des angles du triangle ABC.

$$\|\vec{AB}\| = 3\sqrt{2}$$

$$\|\vec{BC}\| = 2\sqrt{5}$$

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{2}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\| \cdot \cos \alpha$$

$$0 = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{BC}\| \cdot \cos \beta$$

$$18 = 3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\beta = 18.4349^\circ$$

$$\vec{CA} \cdot \vec{CB} = \|\vec{AC}\| \cdot \|\vec{BC}\| \cdot \cos \gamma$$

$$2 = \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \cos \gamma$$

$$\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$\gamma = 71.5651^\circ$$

Exercice 2

Dans une base orthonormée, on considère les points A :

(3, 2), B:(1, -1), et C:(-1, 3).

Déterminer la longueur des côtés

et l'amplitude des angles du triangle ABC.

$$\|\vec{AB}\| = \sqrt{13}$$

$$\|\vec{BC}\| = 2\sqrt{5}$$

$$\|\vec{AC}\| = \sqrt{17}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AC}\| \cdot \cos \alpha$$

$$5 = \sqrt{13} \cdot \sqrt{17} \cdot \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{221}}$$

$$\alpha = 70.3462^\circ$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = \|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{BC}\| \cdot \cos \beta$$

$$8 = \sqrt{13} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\beta = 60.2551^\circ$$

$$\vec{CA} \cdot \vec{CB} = \|\vec{AC}\| \cdot \|\vec{BC}\| \cdot \cos \gamma$$

$$12 = \sqrt{17} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \cos \gamma$$

$$\cos \gamma = \frac{6}{\sqrt{85}}$$

$$\gamma = 49.3987^\circ$$