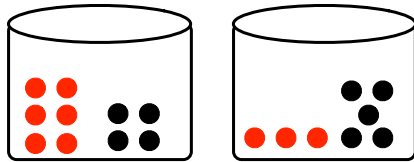


On considère deux urnes A et B. L'une contient 6 boules rouges et 4 boules noires, l'autre 3 boules rouges et 5 boules noires.



On choisit une urne au hasard et dans cette urne, une boule au hasard.

- Quelle est la probabilité qu'elle soit rouge ?
- Sachant que la boule tirée est rouge, quelle est la probabilité qu'elle ait été tirée dans l'urne A ?

a) Soit R = "la boule tirée est rouge", N = "obtenir une boule noire", A = "l'urne choisie est la A" et B = "l'urne choisie est la B".

On recherche $P(R)$

Il y a deux possibilités pour obtenir une boule rouge: soit elle a été tirée dans l'urne A soit elle a été tirée dans l'urne B. Donc soit on a choisi l'urne A et puis tiré une boule rouge dans l'urne A soit on a choisi l'urne B et ensuite tiré une boule dans l'urne B.

Ce qui peut se traduire en formule:

$$P(R) = P(A \cap R) + P(B \cap R)$$

$$P(R) = P(A)P(R|A) + P(B)P(R|B)$$

$$P(R) = \frac{1}{2} \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \frac{3}{8} = \frac{39}{80} = 0.4875$$

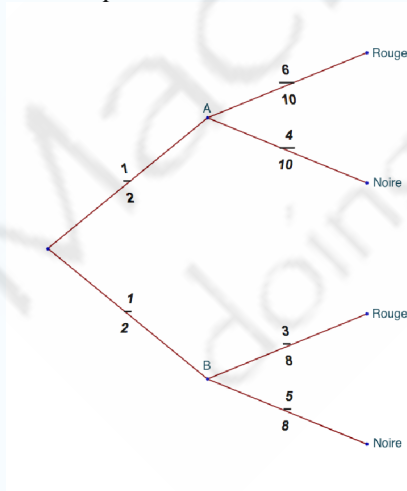
question: en tout, il y a autant de boules rouges (9) que de boules noires. Pourquoi la probabilité d'obtenir une boule rouge est-elle inférieure à 50%?

b) On cherche $P(A|R)$

$$P(A|R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{P(A)P(R|A)}{P(A)P(R|A) + P(B)P(R|B)} = \frac{\frac{1}{2} \frac{6}{10}}{\frac{1}{2} \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \frac{3}{8}} = \frac{8}{13} = 0.615385$$

il y a donc plus de chances qu'elle vienne de l'urne A, ce qui est logique puisque la proportion de boules rouges dans l'urne A (60%) est meilleure que dans l'urne B (37,5%)

On peut aussi représenter cela à l'aide d'un arbre



On voit qu'il y a deux chemins pour arriver à "Rouge" correspondant bien au calcul $\frac{1}{2} \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \frac{3}{8}$

Sous forme de tableau

| | Rouge | Noire | $\Sigma =$ |
|------------|----------------------------|----------------------------|---------------|
| A | $\frac{1}{2} \frac{6}{10}$ | $\frac{1}{2} \frac{4}{10}$ | $\frac{1}{2}$ |
| B | $\frac{1}{2} \frac{3}{8}$ | $\frac{1}{2} \frac{5}{8}$ | $\frac{1}{2}$ |
| $\Sigma =$ | $\frac{39}{80}$ | $\frac{41}{80}$ | 1 |